

# 液流流動層による粒子群干渉運動の研究

竹 田 邦 彦

工 学 部 機 械 工 学 科

## 1. 緒 言

液体内における粒子群の沈降、或は、上昇流による粒子群の輸送等の現象は、工業的に広く応用せられ、特に化学工業においては重要な単位操作であり、これを含む機械装置は、沈降槽、粉体分級器、流動化反応装置等多数にある。しかしこれらの設計、操作等に対する基礎的研究は少い。

それは、この現象が粒子相互の複雑な干渉を伴うため、一個の粒子の運動と異って、流体力学的取扱が不可能なことから、実験的にも、運動中の粒子群については、その粒子密度其他の観測が困難であることに起因すると思われる。本研究は、粒子群が沈降或は上昇運動をしている際の粒子の干渉運動が、液流流動層における粒子の運動状態と全く同様であり、液流流動層においては粒子群は一定の位置に懸吊された状態にあり、その粒子密度も一様性がある安定であることに注目し、液流流動層を利用して粒子群の干渉運動の研究を試みたものである。(以下、粒子密度其他の条件は垂直方向のみに変化し、水平方向には一様である場合を取扱う。)

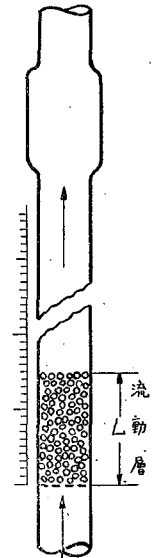
## 2. 液流流動層及び粒子群の干渉運動

液流による粉体流動層は、粒子の径が過大でない限り、気流による流動層とは異り、粒子はほぼ一様に分布し、液流の平均流速と層の粒子密度の間には極めて規則正しい関係が保たれる。<sup>(註)</sup> 内径13mm乃至42mmの数種のガラス管を用い、水流による流動層装置〔第1図〕によって〔第1表〕の如き豊浦標準砂及び鋳物用珪砂を篩分した粉体試料につき測定した結果を〔第2図〕に示す。(水流の平均流速  $u_m$  に対し、流動層

第 1 表

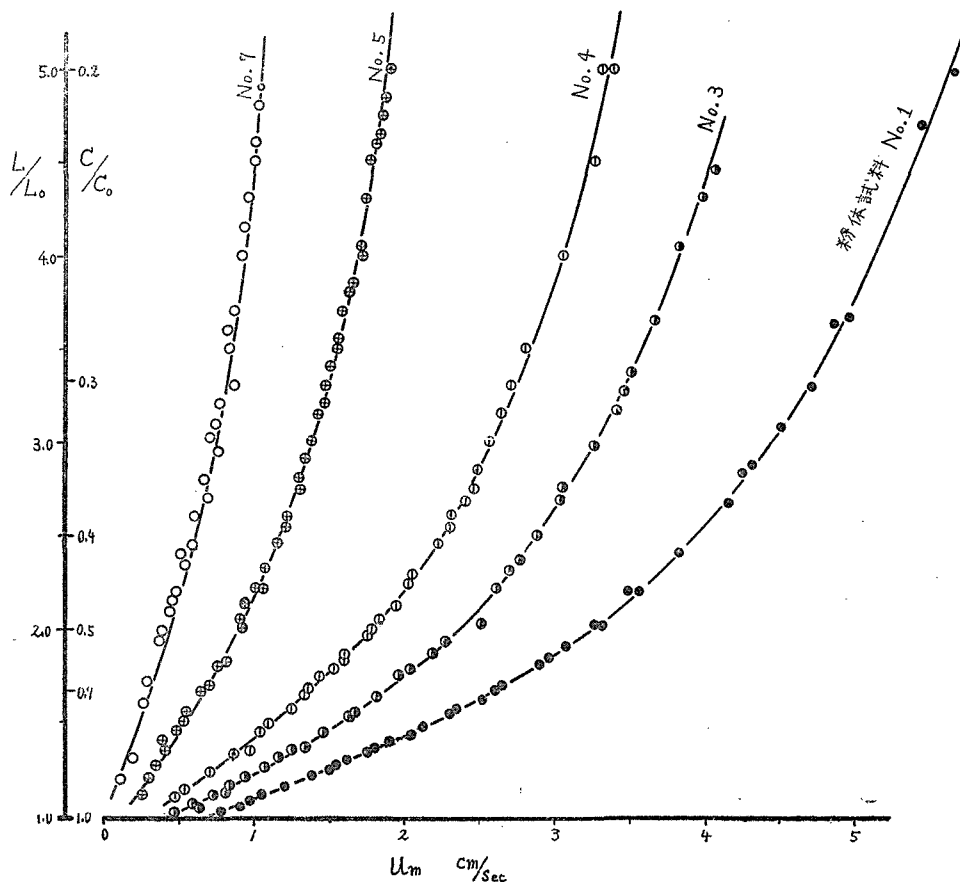
試 料	自由落下 終末速度 cm/sec	空隙率 $\epsilon_0$	平均粒径 mm	比 重
No.1	9.6	0.54	1.28	2.61
2	8.0	0.54	0.90	2.61
3	7.9	0.54	0.87	2.61
4	5.8	0.50	0.67	2.61
5	3.2	0.50	0.43	2.61
6	3.0	0.50	0.34	2.62
7	2.4	0.425	0.28	2.62

厚  $L$  と静止層厚  $L_0$  の比  $L/L_0$  及び流動層粒子密度  $c$  と静止層粒子密度  $c_0$  の比  $c/c_0$  を点記してある。この測定結果に示された、粒子密度と水流の



第 1 図

(註) Othmer, D. F., "Fluidization", Chapman & Hall, London, (1956).  
Gerald, G. F., I. E. C. Vol. 44, No. 1, 233, (1952).



第 2 図

平均流速の関係は、そのまま、水中を粒子群が粒子相互に干渉運動をしながら、連続的に沈降或は上昇してゆく際の、粒子群の粒子密度と水対粒子群の相対速度の間の関係に適用することができるであろう。

#### 粒子群の粒子密度と液流の相対速度

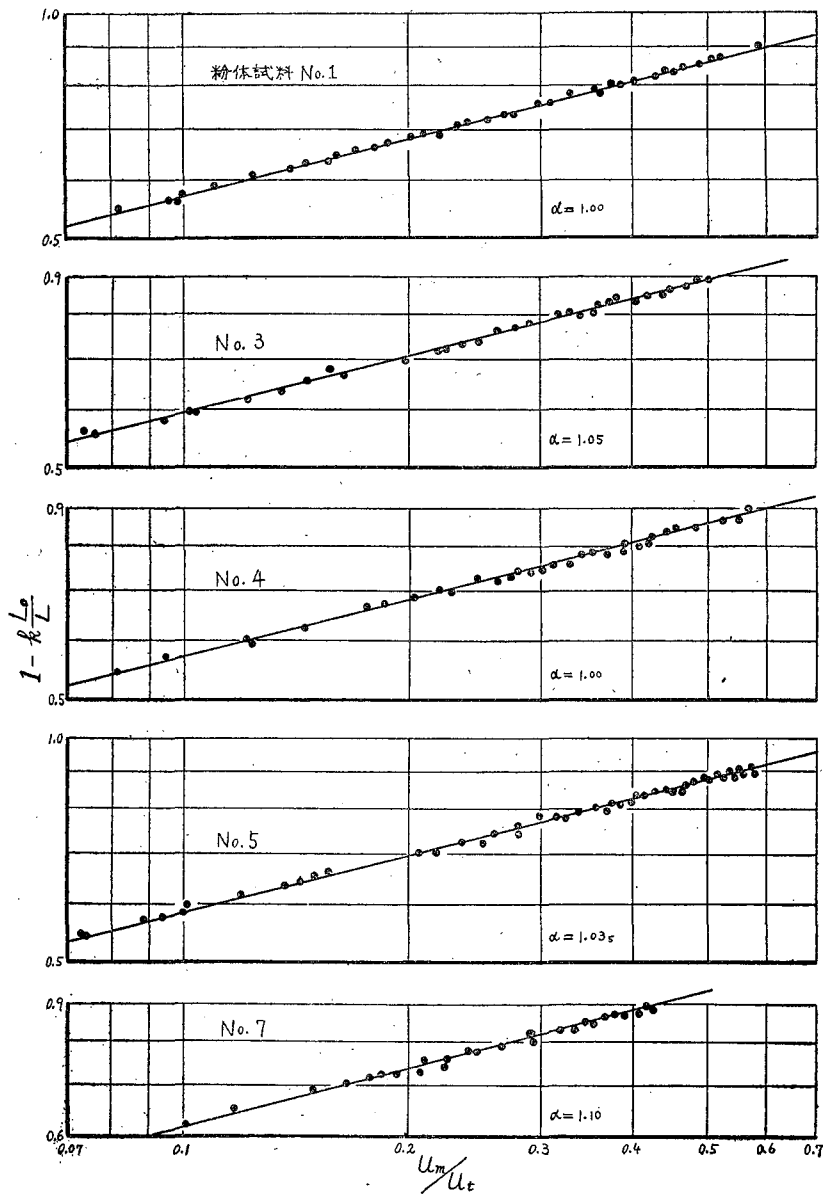
前述のようにして、液流流動層における粒子密度と平均流速の関係を、粒子群干渉運動における粒子密度と液対粒子群相対速度の関係に適用する際、一層便利ならしめるため、〔第2図〕に示した測定値から粒子密度と平均流速の関係を与える実験式を求めた。

流動層の空隙率 $\varepsilon$ は、平均流速（見かけの流速或は空管速度） $u_m$ と粒子の自由落下終末速度 $u_t$ の比 $u_m/u_t$ の関数であると考え、簡単に、 $\varepsilon$ は $(u_m/u_t)$ に比例すると仮定する。

流動層空隙率 $\varepsilon$ は、静止層空隙率 $\varepsilon_0$ 、層の厚さ $L$ 、静止層の厚さ $L_0$ 等により $\varepsilon=1-k \cdot L_0/L$  ( $k=1-\varepsilon_0$ ) とかけるから、前の仮定は $\alpha$ を比例常数とすれば下の形となる。

$$1-k \frac{L_0}{L} = \alpha \left( \frac{u_m}{u_t} \right)^n \dots\dots\dots (1)$$

測定値から $\left(1-k \frac{L_0}{L}\right)$  対  $(u_m/u_t)$  を点記すれば、〔第3図〕の如く、この実験の範囲では $n$ はすべての粒子につき一定で  $n=0.25$ ,  $\alpha$  は粒子の種類により  $\alpha=1.00 \sim 1.10$  の値



第 3 図

をとり、流動層厚と管内平均流速の関係を与える実験式として、(2)式を得る。

$$\frac{L}{L_0} = \frac{k}{1 - \alpha(u_m/u_t)^{0.95}} \dots\dots\dots(2)$$

流動層の粒子密度を  $c$ 、静止層の粒子密度を  $c_0$  とすれば  $L/L_0 = c_0/c$  より

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{k} [1 - \alpha(u_m/u_t)^{0.95}] \dots\dots\dots(3)$$

或は

$$u_m = \frac{u_t}{\alpha^4} \left(1 - k \frac{c}{c_0}\right)^4 \dots\dots\dots (4)$$

$u_m$  : 液流平均流速 cm/sec

$u_t$  : 粒子の自由落下終末速度 cm/sec

$L, L_0$  : 流動層及び静止層の厚さ cm

$c, c_0$  : 流動層及び静止層の粒子密度 g/cm<sup>3</sup>  
(粒子の全重量) / (粒子群の占める全容積)

$\alpha$  : 粒子の種類により定まる定数

$k = 1 - \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_0$  は静止層空隙率

式(2), (3), (4)において  $u_m$  を粒子群の液体に対する相対速度とすれば, この粒子群が連続的に水中を沈降或は上昇する際の, 粒子密度と粒子群対水の相対速度の関係を与えることとなり, これらを用いて粒子群の沈降量或は上昇流による輸送量其他が計算できる。

#### (応用例)

一定粒度の粒子群が静止した水中を連続的に干渉沈降する場合に, 最大沈降量を与えるような粒子密度を求める。

粒子群の沈降速度と粒子密度の関係が式(4)に従うとすれば, 単位時間の沈降量  $w_s$  (g/sec) は,

$$w_s = u_m \cdot A \cdot c = A \cdot \frac{u_t}{\alpha^4} \left(1 - k \frac{c}{c_0}\right)^4 c$$

によって与えられる。但し  $A$  は粒子群水平断面積 (cm<sup>2</sup>) である。

$w_s$  の最大値を与える条件を求めるため  $dw_s/dc = 0$  とおけば

$$\frac{dw_s}{dc} = A \frac{u_t}{\alpha^4} \left(1 - k \frac{c}{c_0}\right)^3 \left(1 - 5k \frac{c}{c_0}\right) = 0$$

従て  $c = c_0/5k$

$c_1 = c_0/5k$  なる粒子密度において最大の沈降量が得られ, その時群の沈降速度  $u_{m1}$  及び最大沈降量  $w_{smax}$  は下の如くなる。

$$u_{m1} = (u_t/\alpha^4) (4/5)^4 = 0.41 u_t/\alpha^4 \quad \text{cm/sec}$$

$$w_{smax} = A \cdot u_{m1} \cdot c_1 = 0.082A (u_t/\alpha^4) (c_0/k) \quad \text{g/sec}$$

### 3. 粒子群からの粒子移動

液体中を一定の粒子密度をもつ粒子群が連続的に沈降又は上昇する場合には, 前述の如く(3), (4)等の如き実験式を得れば, 粒子群の運動速度或は輸送量等が算出できる。

しかし, 粒子群の粒子密度が高さにより相異っている場合は, 互に相接した, 粒子密度の異なる二つの部分の間で粒子の移動が起り, 粒子群中の粒子密度の分布は時間と共に変化する。このような場合には, この粒子移動量を決定することが必要となる。

粒子移動量を与える一般的関係として, 干渉運動をする粒子群の粒子が全く at random に運動していることから, 気体分子の拡散と似た形式を類推して, 下の式(5)を仮定する。

$$w = D \cdot A \cdot \Delta c \dots\dots\dots (5)$$

$w$  : 単位時間の粒子移動量 g/sec

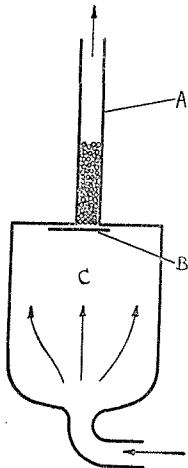
- A : 粒子群の水平断面積  $\text{cm}^2$   
 $\Delta c$  : 上下二群の粒子密度の差  $\text{g/cm}^3$   
D : 粒子移動係数  $\text{cm/sec}$

即ち、〔第4図〕の如く粒子密度のより大なる粒子群と、より小なる粒子群とが上下相接しているときは、上群から下群へ粒子の移動が起り、その移動量は二群の境界面積（水平）及び二群の粒子密度の差に比例し、その比例の常数は粒子の種類によって定まる定数である。

この仮定が成立するものとすれば、粒子移動係数 D を実測により求めれば、粒子群間の粒子の移動量は式 (5) から算出できることとなる。

#### 粒子群からの粒子移動量の測定

〔第5図〕の如き流動層装置により〔第1表〕に示した粉体試料につき、粒子群からの粒子移動量を測定した。その結果は前述の式 (5) を裏付けるものであった。



第5図

装置は、流動層を入れる垂直管 A の下部を断面積の大きな容器 C に接続し、A の下端には網を張ったシャッター B を取付けたものである。

シャッター B を閉じておいて粉体を A 中に入れ、下から上へ水を流して粉体層を流動せしめておき、シャッター B を開くと流動層の下面から粒子が漸次逸出して C の下部にたまる。一定時間内に C にたまる逸出粒子の量及び流動層の粒子密度を測定する。

単位時間の粒子逸出量  $w$  と流動層粒子密度  $c$  の間には〔第6図〕の如く、比例関係があることがたしかめられた。この場合逸出粒子は容器 C 中に分散するから、逸出粒子群の粒子密度は流動層粒子密度にくらべはるかに小さい。従って、逸出粒子群の粒子密度を無視するならば、式 (5) 中の  $\Delta c$  は流動層粒子密度  $c$  に等しくなり、測定結果は式 (5) の比例関係を裏付けている。この実測により求めた粒子移動係数 D は〔第2表〕の如くなる。

#### (応用例)

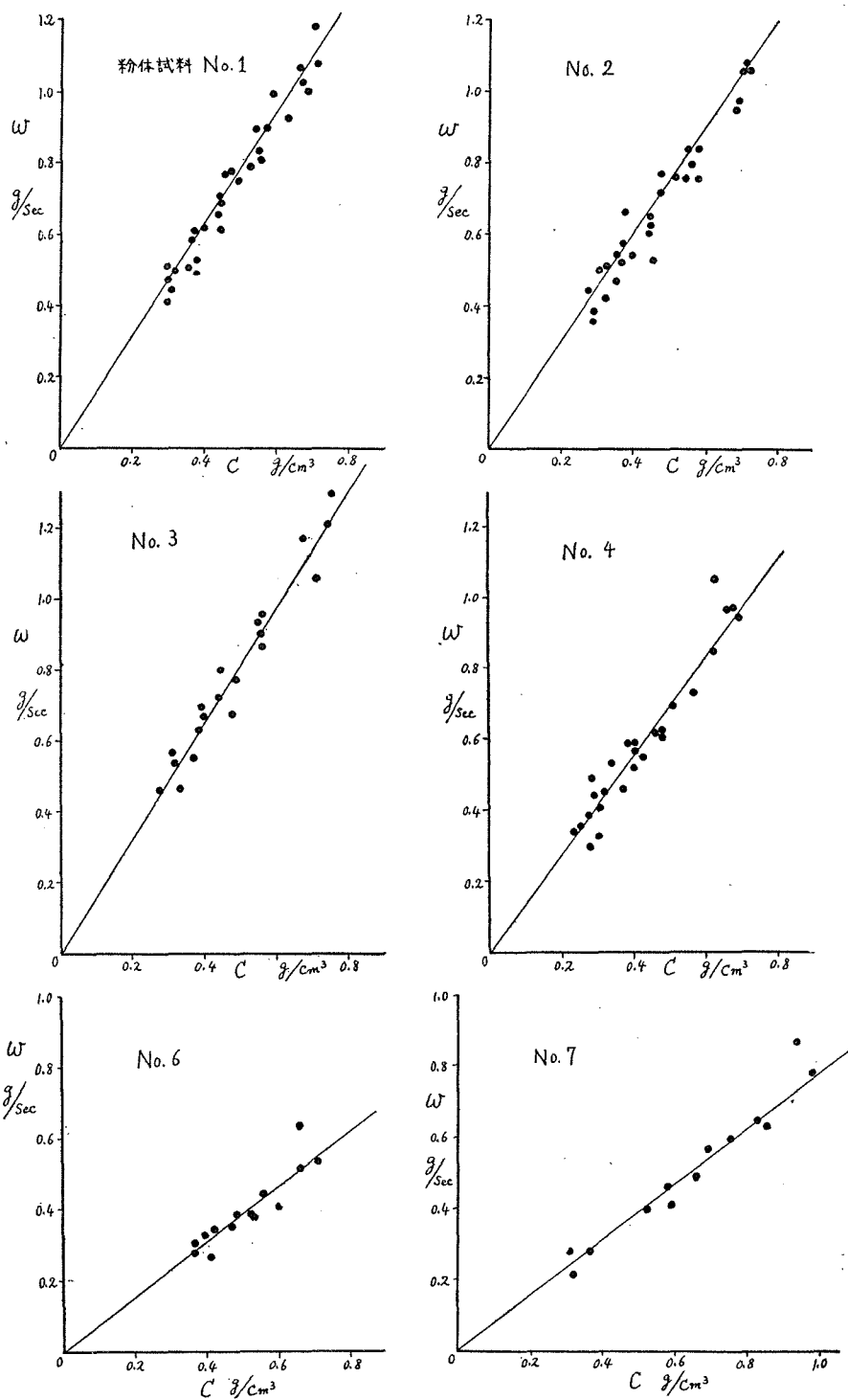
垂直管内の上昇流中に一団の粒子群を入れた場合につき考える。一定量  $W$  なる粒子群を垂直管内の上昇液流（その流速  $u_0$  は個々の粒子の終末速度より小さい）中へ送入すると、粒子群はその粒子密度  $c_1$  に応じた大さの対液体相対速度  $u_1$  を保ちつつ上昇してゆく。この相対速度は前述の通り式 (4) で与えられるから、粒子群の上昇速度は液流の上昇速度を  $u_0$  とすれば  $(u_0 - u_1)$  で与えられる。

しかし粒子群は上昇中、群の下面境界からたえず粒子を逸出せしめているから、もとの粒子群の量は漸次減少してゆく。前述の式 (5) 及び粒子移動係数の測定結果の応用例として、この粒子逸出量を求めて見よう。

粒子群下面からの逸出粒子の量は式 (5) により与えられる。

第2表

粉体試料	粒子移動係数 D $\text{cm/sec}$
No.1	2.04
2	1.94
3	2.10
4	1.785
5	1.26
6	1.00
7	1.00



第 6 図

$$w = D \cdot A \cdot \Delta c$$

垂直管内の粒子群の場合は、もとの粒子群から逸出した粒子によって、もとの群の下に新しい粒子群が形成せられる。〔第7図〕

この新粒子群の粒子密度を  $c$  とし、又新粒子群の液流に対する相対速度は、やはり式(4)により与えられるから、それを  $u$  とする。

逸出粒子によって形成せられる新粒子群の粒子密度  $c$  は、次の二つの条件式(6)、(7)から定まる。

まず、もとの粒子群から、新粒子群への粒子移動量  $w$  は式(5)により下の如くなる。

$$w = D \cdot A \cdot (c_1 - c) \dots\dots\dots(6)$$

次に、もとの粒子群と新粒子群との間の相対速度は  $(u - u_1)$  であるから、二つの粒子群は単位時間に距離  $(u - u_1)$  づつ互に離れてゆくこととなる。もとの粒子群からの逸出粒子  $w$  がこの  $A(u - u_1)$  なる容積の空間をみたして、粒子密度  $c$  なる態状を保つわけであるから

$$c = \frac{w}{A(u - u_1)} \dots\dots\dots(7)$$

或は、 $u$  及び  $u_1$  は(4)式により

$u = (u_0/\alpha^4)(1 - kc/c_0)^4$  の形にかけるから、これを簡単のため  $u = f(c)$  とかけば

$$c = \frac{w}{A\{f(c) - f(c_1)\}} \dots\dots\dots(7')$$

(6) 及び (7) 或は (7') の二つから

$$c = \frac{D(c_1 - c)}{u - u_1} = \frac{D(c_1 - c)}{f(c) - f(c_1)} \dots\dots\dots(8)$$

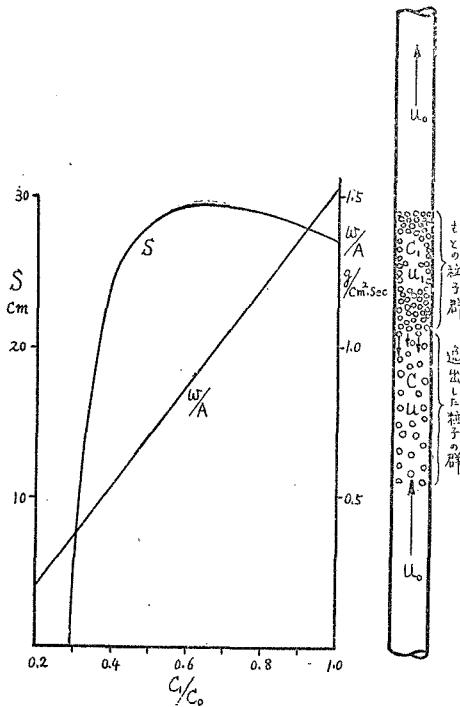
(8) を、 $c$  を末知数としてとけば、もとの粒子群から逸出した粒子が形成する新粒子群の粒子密度が定まる。これを  $c_2$  とすれば逸出粒子量  $w_1$  も(6)から得られる。

$$w_1 = D \cdot A \cdot (c_1 - c_2)$$

このようにして、垂直管内の上昇流中に、一団の粒子を送入すると、この粒子群は上記の  $w_1$  なる割合で粒子を失ってゆく。そのため、送入された粒子群は或限界以上には上昇し得ないこととなる。この上昇限界の決定は更に複雑な問題となるが、ここでその一つの目安として、 $c_1$  なるはじめの粒子密度をもつ粒子群が、その粒子を全部逸出せしめる迄に上昇する距離  $S$  を求めれば

$$S = (u_0 - u_1) \frac{W}{w_1} = \frac{\{u_0 - f(c_1)\} W}{D \cdot A \cdot (c_1 - c_2)}$$

数値例として、試料 (No.1) 10瓦から成る粒子群、水流の上昇速度が粒子の自由落下終末速度の  $1/2$  の場合についての計算結果を〔第7図〕に示す。粒子群の最初の粒子密度  $c_1$  (図には静止層粒子密度  $c_0$  に対する比であらわしてある) を変えると、上昇限界  $S$  は最大値をもつ曲線になり、又、逸出量  $w/A$  は、 $c_1/c_0$  に比例する。



第 7 図

## 4. 結 び

干渉沈降或は上昇流による輸送等, 液体内の粒子群の干渉運動について, 液流流動層を利用して研究を行った。

流動層を用いて, 粒子群の粒子密度と平均流速の関係及び粒子群からの粒子移動量の測定を行い, その結果から, 水中の粒子群干渉運動における粒子密度と水対粒子群の相対速度の関係を与える実験式(3)を得, 又, 本報告中に提案した粒子移動量を与える式(5)中の, 粒子移動係数  $D$  の値を求めた。併せて, これによる応用例として, 水中の粒子群の連続沈降及び上昇流中の粒子群の運動についての二例を述べた。

従来殆ど手をつけられていない, 粒子群干渉運動を研究する一方法として試みたものである。

本研究は 昭和30年11月 化学工学協会秋季大会にて発表したものである。終りに工学部機械科 吾妻隆夫君の協力に厚く感謝する。  
(31年9月30日受理)

## Studies on the Behavior of the Mass of Mutually Hindering Particles in Liquid by means of Liquid-Solid Fluidized Bed.

Kunihiko TAKEDA

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering.

Observation of liquid-solid fluidized bed was made for the purpose of presuming the behavior of the mass of mutually hindering particles in liquid, as in the case of hindered settling and upward flow transportation of particles. From the observed data, experimental relation (3) and the values of the coefficient of scatter  $D$  in equation (5) which the author had proposed in this paper, were obtained. Some examples of application of these results are also given.